

Sembolik Mantık

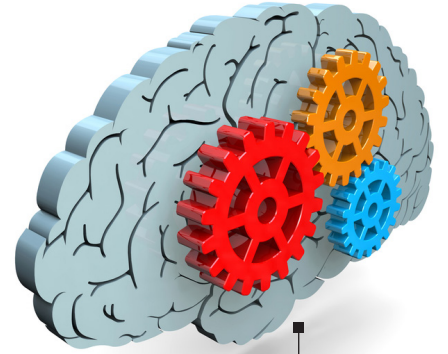


4. ÜNİTE



İÇİNDEKİLER

- SEMBOLİK MANTIK NEDİR?
- ÖNERMELER MANTIĞI
- ÖNERME EKLEMLERİ
- DOĞRULUK ÇİZELGELERİ
- DOĞRULUK ÇİZELGESİ DENETLEME
- ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE DENETLEME
- NİCELEME MANTIĞI
- ÇOK DEĞERLİ MANTIK



SEMBOLİK MANTIK



Önermelerin içeriklerini dikkate almadan önermelerin harflerle, bazı işaret ve kurallarla sembolleştirilmesine sembolik mantık denir. Yani sembolik mantık, klasik mantığın sembolleştirilmiş hâlidir.



Sembolik mantık; klasik mantığın çok anlamlılığına, belirsizliğine ve bulanıklığına bir alternatif olarak geliştirilmiş ve kesin çıkarımlara ulaşmayı amaçlamıştır.



Sembolik mantık, günlük dildeki önerme ve çıkarımları matematik diline benzeyen bir dile çevirerek çok anlamlılığı ve belirsizliği ortadan kaldırmıştır.



Sembolik mantığın klasik mantıktan en önemli farkı, sembolleştirmeye dayalı olmasıdır.

SEMBOLİK MANTIĞIN BÖLÜMLERİ

1 İKİ DEĞERLİ MANTIK

A) ÖNERMELER MANTIĞI
B) YÜKLEMLER MANTIĞI

A ÖNERMELER MANTIĞI

Geçerliliği yalnızca önerme eklemlerine dayanan çıkarımları konu edinen özel mantık alanına önermeler mantığı denir.

ÖNERME

Doğru ya da yanlış yargı bildiren ifadelerdir. Klasik mantıktaki bu önermeler sembolik mantıkta p, r, s, t harfleriyle gösterilir.

2 ÇOK DEĞERLİ MANTIK

A) ÜÇ DEĞERLİ MANTIK
B) BULANIK MANTIK





1. DEĞİLLEME EKLEMİ (\sim)

Önermeler olumsuz yapılrken ya da olumsuz önermeler sembolleşilirken kullanılır.

Önerme

p, q, r $\sim p, \sim q, \sim r$
 $p \wedge q$ $\sim(p \wedge q)$

Değilleme Önermesi

Günlük dilde “değildir” ya da aynı anlama gelen “yok”, “-mez”, “-maz”, “olmayan” gibi ifadelerin yerine kullanılır.

Bülent konuşkandır. (p)

Bülent konuşkan değildir. ($\sim p$)

Bülent konuşmaz. ($\sim p$)

Bülent konuşkan olmayan değildir. ($\sim \sim p$)

$\sim \sim p \equiv p$ 'dir.

2. TÜMEL EVETLEME EKLEMİ (\wedge)

Günlük dilde “ve”, “virgöl (,)” ya da aynı anlama gelen “hem ... hem de”, “gerek ... gerekse”, “da ... da”, “gibi ... da”, “ne ... ne”, “kadar”, “yanı sıra” gibi bağlaçların yerine kullanılır.

Ali ve Can uzun boyludur. ($p \wedge q$)

Ne kapı ne telefon çalıyor. ($\sim p \wedge \sim q$)

Hem gül hem de kaktüs dikenlidir. ($p \wedge q$)

3. TİKEL EVETLEME EKLEMİ (\vee)

Günlük dilde “veya”, “ya da”, “yahut”, “ya ... ya” gibi bağlaçlar yerine kullanılır.

Bu cevap doğru veya yanlıştır. ($p \vee q$)

Ya odasını toplayacak ya da dışarı çıkmayacak. ($p \vee \sim q$)

Ya bu deveyi güdersin ya da bu diyardan gidersin. ($p \vee q$)

4. KOŞUL EKLEMİ (\rightarrow)

Günlük dilde “ise”, “-se”, “-sa”, “yeter ki”, “-ce”, “gereklidir”, “için”, “şarttır” gibi bağlaçlar ve ekler yerine kullanılır.

Geç kalırsa işten atılır. ($p \rightarrow q$)

Seninle dost olabilirim yeter ki güven ver. ($p \rightarrow q$)

Göz görmeyince gönül katlanır ($\sim p \rightarrow q$)

Ayşe çabuk olmaz ise otobüse yetişemeyecek. ($\sim p \rightarrow \sim q$)

5. KARŞILIKLI KOŞUL EKLEMİ (\leftrightarrow)

Günlük dilde “ancak ve ancak”, “tek şartı”, “tek yolu”, “hem gerekli hem de yeterlidir.” gibi bağlaçlar yerine kullanılır.

İlerlemenin tek yolu güçlü bir toplumsal yapı oluşturma-
tır ($p \leftrightarrow q$).

Ancak ve ancak ilaçlarını düzenli kullanırsan iyileşişsin.
($p \leftrightarrow q$)

Seni affetmemin tek şartı özür dilemendir. ($p \leftrightarrow q$)

ÖNERME EKLEMLERİ VE ÖRNEKLERİ

Eklemler adı	Sembol	Okunuş	Örnek	Sembolleştirme
Değilleme	\sim	değil	Kaan çalışkan değildir.	$\sim p$
Tikel evetleme	\vee	veya	Ceren tıp veya diş hekimisi olacak	$p \vee q$
Tümel evetleme	\wedge	ve	Kaan ve Ceren çok başarılıdır.	$p \wedge q$
Koşul	\Rightarrow	ise	Kerem çalışırsa kazanır.	$p \Rightarrow q$
Karşılıklı koşul	\Leftrightarrow	ancak ve ancak	Kerem ancak ve ancak çalışırsa başarılıdır.	$p \Leftrightarrow q$

ÇIKARIMLARIN SEMBOLLEŞTİRİLMESİ

☞ Sadece önermeler değil, çıkarımlar da aynı yöntemle sembolleştirilebilir. Bir çıkarım en az iki öncülden ve bir sonuç önermesinden oluşur. Öncül önermeler ayrı ayrı sembolleştirilir ve sonuç önermesine “o hâlde” anlamına gelen “ \therefore ” sembolü ile bağlanır.

☞ Bu çıkarımda öncüller p ve q ile, o hâlde ifadesi \therefore ile sonuç önermesi ise r ile sembolleştirilmiştir.
 Örnek: Her bitkiyi sevmek gerekir. (p)
 Çiçekler bitkidir. (q)
 O hâlde çiçekleri sevmek gerekir. (r)

$p, q \therefore r$

BASİT VE BİLEŞİK ÖNERMELER

☞ Herhangi bir önerme eklemiyle yapılan önermelere bileşik önerme denir. İçinde herhangi bir önerme eklemi bulundurmayan önermelere de basit önerme denir.

Basit Önerme: Tek yargı bildiren, özne, yüklem ve bağdan oluşan önermelerdir.

Örnek: “İnsan canlıdır.” önermesi tek bir yargı bildirmektedir.

Bileşik Önerme: Birden fazla basit önermenin “ve”, “veya”, “ise”, “ancak”, “ancak ve ancak” ve “değil” gibi terimlerle birbirine bağlanmasıyla elde edilir. Bu önermeleri bağlayan sembollere önerme eklemi denir.

Örnek: “Kaan çalışkan ve zekidir.” ($p \wedge q$)

UYARI

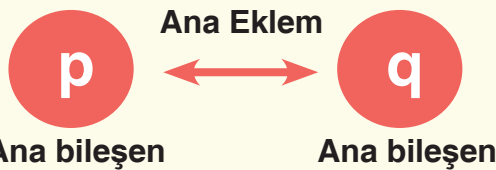
Sembolik mantıkta basit önermeler olumsuz olamaz. Çünkü olumsuz önermeler, değilleme eklemi (\sim) taşırlar. Oysaki klasik mantıkta basit bir önerme olumsuz olabilir. Sembolik mantıkta bir önermenin basit veya bileşik olması, onun önerme eklemi alıp almamasıyla ilgilidir.

BASİT VE BİLEŞİK ÖNERME ÖRNEKLERİ

Önerme	Sembolü	Klasik Mantıktaki Adı	Sembolik Mantıktaki Adı
Mantık formel bir bilimdir.	p	Basit önerme	Basit önerme
Mantık formel bir bilim değildir.	$\sim p$	Basit önerme	Bileşik önerme
Hava bulutlu ve soğuktur.	$p \wedge q$	Bileşik önerme	Bileşik önerme
Hava bulutluysa soğuktur.	$p \rightarrow q$	Bileşik önerme	Bileşik önerme
Hava açık ya da kapalıdır.	$p \vee q$	Bileşik önerme	Bileşik önerme
Güneş doğarsa ancak ve ancak gündüz olur.	$p \leftrightarrow q$	Bileşik önerme	Bileşik önerme

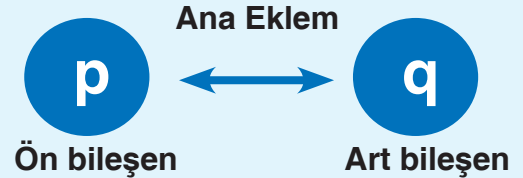
ANA EKLEM - ANA BİLEŞEN NASIL AYIRT EDİLİR?

ANA EKLEM



- ☞ Bir önermeyi veya önerme grubunu etkileyen eklemelerdir.
- ☞ Ana bileşenleri birbirine bağlayan önerme eklemeleridir.

ANA BİLEŞEN



- ☞ Ana eklemün etrafındaki bileşenlerdir.
- ☞ Ana bileşenlerin önünde yer alana ön bileşen ana eklemün sonra gelene ise art bileşen denir.



ETKİNLİK-1

Aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz.

Önerme	Ana Eklem	Ana Bileşen
p		
$\sim(p \wedge q)$		
$\sim q$		
$p \rightarrow q$		
$[(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)] \rightarrow q$		
$p \wedge q$		
$\sim [(p \vee q) \wedge (p \rightarrow q)]$		
$\sim q \wedge (q \rightarrow p)$		

ÖNERMELERİN DOĞRULUK DEĞERLERİ

» Sembolik mantıkta her önerme iki farklı değer alır. Bunlar doğru ve yanlış değerleridir. Bir önermenin doğru olduğunu göstermek için "D", yanlış olduğunu göstermek için "Y" sembolü kullanılır. Bundan dolayı bu mantığa **iki değerli mantık** denir.

Örnek:

$$\frac{\text{Spor yararlıdır.}}{\begin{array}{c} D \\ Y \end{array}} \rightarrow \frac{P}{\begin{array}{c} D \\ Y \end{array}}$$

» Bir önerme en fazla iki değer alabilir. Yandaki örnekte de görüldüğü gibi doğru (D) ya da yanlıştır (Y).

Doğruluk Tablosunun Kaç Satırdan Oluşacağı 2^n Formülüyle Bulunur.

- 1 önerme varsa $2^1 = 2$ satır
- 2 önerme varsa $2^2 = 4$ satır
- 3 önerme varsa $2^3 = 8$ satır

p
D
Y

p	q
D	D
D	Y
Y	D
Y	Y

p	q	r
D	D	D
D	D	Y
D	Y	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	D	Y
Y	D	D
Y	Y	Y

ÖNERME EKLEMLERİ TEMEL DOĞRULUK ÇİZELGELERİ

Değilleme Eklemi (\sim , Değil)

- » Değilleme eklemi önüne geldiği önermenin doğruluk değerini değiştirir.
- » Sembolik mantıkta "Ahmet çalışmaktadır." önermesine "p" sembolü verilir. "Ahmet çalışkan değildir." önermesi ise p'nin önüne (değil) işareti konarak, "p'nin değili" olarak okunur. ($\sim p$)
- » p'nin doğru olduğu yerde $\sim p$ yanlış olur. Eğer bir önermenin önüne " \sim " işareti gelirse bu da çift değilleme olarak alınır ve p ile aynı değeri taşır.

p	$\sim p$	$\sim\sim p$
D	Y	D
Y	D	Y

Tümel Evetleme Ekleme (\wedge , ve)

» Tümel evetleme önermeleri bileşenlerden her ikisi de doğruysen doğru, diğer bütün hâllerde yanlıştır.

p	q	$p \wedge q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	Y

Tikel Evetleme Ekleme (\vee , veya)

» Tikel evetleme önermesi, bileşenlerinden her ikisi de yanlışken yanlış, diğer bütün hâllerde doğrudur.

p	q	$p \vee q$
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Koşul Ekleme (\Rightarrow , ise)

» Koşul önermelerinde birinci bileşen doğru, ikinci bileşen yanlışken önerme yanlış, diğer bütün hâllerde doğrudur.

p	q	$p \Rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

Karşılıklı Koşul Ekleme (\Leftrightarrow , ancak ve ancak)

» Karşılıklı koşul önermesinde bileşenlerden her ikisi de aynı değerdeyken önerme doğru, farklı değerlerdeyse önerme yanlıştır.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	D

ETKİNLİK-2

Aşağıdaki tabloyu uygun doğruluk değerleri ile tamamlayınız.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$(p \wedge q)$	$(p \vee q)$	$(p \Rightarrow q)$	$(p \Leftrightarrow q)$
D	D						
D	Y						
Y	D						
Y	Y						

ÖNERMELER MANTIĞINDA DENETLEMELER





DOĞRULUK TABLOSU İLE DENETLEME

1 Tutarlılık Denetlemesi
A. Bir Önermenin Tutarlılığı

- » Bir önermenin doğruluk yorumunda en az bir doğrulayıcı (D) yorumu bulunması o önermeyi tutarlı kılar. Bir önermenin doğruluk tablosunda almış olduğu değerlerin tümü yanlış (Y) ise önerme **tutarsız**, en az biri doğru (D) ise **tutarlı**, tüm yorumlamaları doğru (D) ise önerme tolojiktir.

Aşağıdaki örnekleri inceleyiniz.

$\frac{p}{D}$	$\frac{q}{D}$	$\frac{p}{Y}$
Y	D	Y
Tutarlı	Tutarlı	Tutarsız

p	q	$p \wedge q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	Y

En az bir doğrulayıcı yorumu bulunduğu için önerme tutarlıdır.

B. Birden Fazla Önermenin Tutarlılığı

- » Birden fazla önermenin birbiriyle tutarlı olup olmadığını denetlemek için, önermelerin ayrı ayrı doğruluk değerleri belirlenerek birbiriyle karşılaştırılır.
- » Eğer önermeler en az bir kere bir satırda doğru değeri alıyorsa birlikte tutarlı, değilse birlikte tutarsızdır.

I	II
D	D
Y	Y
D	D
D	D

Birlikte tutarlı

I	II
D	Y
D	Y
D	Y
Y	D

Birlikte tutarsız

I	II	III
D	Y	Y
D	Y	Y
Y	D	Y
D	D	D

Birlikte tutarlı

2 ÖNERMELERİN GEÇERLİLİĞİNİN DENETLEMESİ

- » Bir önermenin sonuç bölümünde yanlışlayıcı (Y) hiçbir yorumu yoksa yani önermenin sonuç bölümünde bütün yorumlarında "D" değeri alıyorsa önerme **geçerlidir**. Sonuç bölümünde en az bir "Y" değeri bulunan önerme **geçersizdir**.
- » Verilen bir önermenin geçerli olabilmesi için yorumlama tablosunda tümü doğrulardan oluşan bir sütunun bulunması gerekir.

I	II	III
D	Y	Y
D	Y	Y
D	D	Y
D	D	Y

Tutarlı ve geçerli

Tutarlı ve geçersiz

Tutarsız ve geçersiz

Örnek: $p \Rightarrow (p \vee q)$ önermesi geçerli midir?

p	q	$p \vee q$	$p \Rightarrow (p \vee q)$
D	D	D	D
D	Y	D	D
Y	D	D	D
Y	Y	Y	D

Bu önerme geçerlidir.

3 ÖNERMELERİN EŞDEĞERLİLİĞİNİN (DENKLİK) DENETLEMESİ

- Bir doğruluk tablosunda aynı değeri paylaşan (doğruluk değerleri aynı olan) önermeler eş değerdirler ve daima bir önermenin ($\sim \sim$) çifte değili, aynı önermenin eş değeridir.
- Eş değeri " \equiv " şeklinde gösterilir. "Eş değer değildir." ifadesi ise " \neq " şeklinde gösterilir. Tek önermenin eş değeri söz konusu olamaz. Ancak birden fazla önermenin eş değeri veya eş değersizliği söz konusu olabilir.

I	II	I	II	I	II	I	II
D	D	Y	Y	D	D	D	D
Y	Y	Y	Y	D	D	D	D
D	D	Y	Y	D	D	D	Y
D	D	Y	Y	D	D	Y	Y

↕ eş değer
↕ eş değer
↕ eş değer
↕ eş değer DEĞİL

4 ÇIKARIMLARIN GEÇERLİLİĞİ

- Bir çıkarımın geçerli olabilmesi için öncüllerin ve sonucun birlikte en az bir satırda "D" değeri alması gerekir. Öncülleri doğru olduğu hâlde sonuç yanlış olursa çıkarım geçersiz olur. Bir çıkarım, sembolik olarak " $p, q \therefore r$ " şeklinde gösterilir.

1. Yol

Çıkarımın geçerliliği denetlenirken öncül önermeler tümel evetleme eklemi ile birbirine bağlanır. Elde edilen tümel evetlemeli yeni önerme koşul eklemi ile sonuç önermesine bağlanarak koşul önermesi elde edilir. Koşul önermesinin denetleme işlemi sonucunda tüm yorumlamaları doğru olursa çıkarım **geçerlidir**. En az bir yorumlaması yanlış olursa çıkarım **geçersizdir**.

Yani: I. öncül \wedge II. öncül \rightarrow sonuç

Örnek:

$(p \Rightarrow q), (p \vee q) \therefore q$ çıkarımının geçerliliğini denetleyelim.

Öncelikle $(p \Rightarrow q), (p \vee q) \therefore q$ çıkarımı $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)] \Rightarrow q$ biçiminde koşul önermesine dönüştürülür. Daha sonra doğruluk çizelgesi üzerinde geçerlilik denetlemesi yapılır.

p	q	$(p \Rightarrow q)$	$(p \vee q)$	$(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$	$[(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)] \Rightarrow q$
D	D	D	D	D	D
D	Y	Y	D	Y	D
Y	D	D	D	D	D
Y	Y	D	Y	Y	D

Yukarıdaki doğruluk çizelgesinde yorum sütununun tüm satırları doğru değerini almıştır. Bu nedenle çıkarım geçerlidir.



II. Yol

Sonucun değillesmesi alınarak elde edilen önermelerin tutarlılığı denetlenir.

Öncüller ve sonuç birbiriyle tutarlı ise çıkarım geçersiz, öncüller ve sonuç birbiriyle tutarsız ise çıkarım geçerlidir.

Örnek:

$(p \Rightarrow q)$ $(p \vee \sim q)$ $\therefore (p \Leftrightarrow q)$
Öncül Öncül Sonuç

p	q	$\sim q$	$(p \Rightarrow q)$	$p \vee \sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim(p \Rightarrow q)$
D	D	Y	D	D	D	Y
D	Y	D	Y	D	Y	D
Y	D	Y	D	Y	Y	D
Y	Y	D	D	D	D	Y

Öncüllerle sonucun değili aynı anda tutarsızdır. Çünkü öncül önermeler ile değillenmiş sonucun hiçbir satırı doğrulardan oluşmamıştır. Çıkarım geçerlidir.

ÖNERMELER MANTIĞINDA DENETLEMELER (ÖZET)

DENETLEMELER

TUTARLILIK

TEK BİR ÖNERMENİN TUTARLILIĞI

» Bir önermenin sonuç bölümünde (doğruluk yorumunda) en az bir doğru değeri varsa önerme tutarlıdır.

BİRDEN FAZLA ÖNERMENİN TUTARLILIĞI

» Önermeler en az bir kere aynı satırda doğru değeri alırsa önermeler birlikte tutarlıdır.

EŞ DEĞERLİLİK

ÖNERMENİN EŞ DEĞERLİLİĞİ

» Bir doğruluk tablosunda aynı doğruluk değerleri alan önermeler eşdeğerdir.

GEÇERLİLİK

ÖNERMENİN GEÇERLİLİĞİ

» Bir önermenin sonuç bölümünde tüm değerler doğru olmasıdır.

ÇIKARIMIN GEÇERLİLİĞİ

1.YOL: Öncülleri tümel evetleme ile, sonucu koşul eklemiyle bağla sonuçta tüm yorumlar doğru ise geçerlidir.

2.YOL: Öncüllerle sonucun değili aynı anda tutarsızsa çıkarım geçerlidir. Tutarlıysa geçersizdir.

UNUTMAYALIM

1 En az bir doğrulayıcı yorumu olan önermeler tutarlıdır.

2 Tüm yorumlamaları yanlış olan önermeler tutarsızdır ve çelişkidir.

3 Tüm yorumlamaları doğru olan önermeler geçerlidir ve totolojiktir.

4 En az bir yanlış yorumu olan önermeler geçersizdir.

5 Tüm yorumlamaları aynı olan önermeler eş değerdir.

6 Geçerli olan her önerme mutlaka tutarlıdır ve totolojiktir.

7 Tutarlı olan her önerme geçerli değildir.

8 Tutarlı önerme geçerli de olabilir geçersizdir de.

9 Bütün geçerli ve tutarsız önermeler eş değerdir. Çünkü aynı doğruluk değerlerini alırlar.

ETKİNLİK-3

1. Aşağıdaki önermenin tutarlılığını denetleyiniz.

a) $p \vee (p \Rightarrow q)$ önermesi

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \vee (p \Rightarrow q)$

 $p \vee (p \Rightarrow q)$ önermesi

2. Aşağıdaki önermelerin birbiriyle tutarlılıklarını denetleyiniz.

a) $\sim p \wedge q, \sim p \Leftrightarrow \sim q$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge q$	$\sim p \Leftrightarrow \sim q$

 $\sim p \wedge q, \sim p \Leftrightarrow \sim q$ önermeleri

3. Aşağıdaki önermenin geçerliliğini denetleyiniz.

a) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim p \vee q$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$

 $(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$ önermesi

4. Aşağıdaki önermelerin eşdeğerliklerini denetleyiniz.

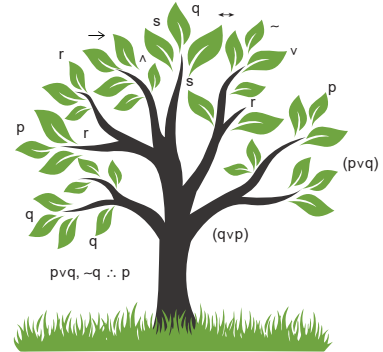
a) $(p \Leftrightarrow \sim q), (\sim q \Leftrightarrow p)$

p	q	$\sim q$	$p \Leftrightarrow \sim q$	$\sim q \Leftrightarrow p$

 $(p \Leftrightarrow \sim q)$ ile $(\sim q \Leftrightarrow p)$ önermeleri

ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE İLE DENETLEME

- Önermenin veya çıkarımın bileşen sayısı ve önerme eklemi sembolleri arttıkça doğruluk tablosuyla denetleme zorlaşır ve çözümlemede uzun ve karmaşık bir yol olarak karşımıza çıkar. Mantıkta bu uygulamadaki zorluğu ortadan kaldırmak için çözümleyici çizelge adı verilen daha kısa ve güvenli bir denetleme yöntemi geliştirilmiştir. Bu denetleme yöntemine **çözümleyici çizelge ile denetleme** denir.
- Çözümleyici çizelge ile denetleme işlemi bir veya birden fazla önermenin adım adım bileşenlerine ayrılması, yani çözümlemesine dayanır.
- Çözümleyici çizelgede temel çözümleme kurallarının yanı sıra türetilmiş çözümleme kuralları da vardır. Çözümleme kurallarının büyük bölümü, çözümlenen önermelerin kendilerine eş değer başka önermelere dönüştürülmesi yoluyla elde edilmiştir. Çözümleme kurallarının elde edilmesinde ortaya çıkan bu eş değerliklere **De Morgan Kuralları** denir. Bileşik önermelerin çözümlenmesi için bu kurallar uygulanır. Bu kurallar çözümleyici çizelge ile denetleme işlemlerinin yapılmasını kolaylaştırır.

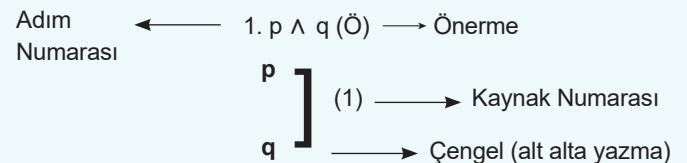


Eş Değerlikler (De Morgan Kuralları)

- $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
- $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
- $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
- $\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$
- $p \Leftrightarrow q \equiv \sim (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
- $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$

I. TÜMEL EVETLEME ÖNERMESİNİN ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE KURALI

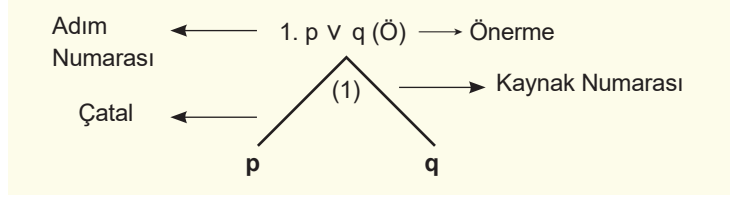
- Tümel evetleme önermesi " $p \wedge q$ " başlangıç önermesi olarak yazılır. Her iki bileşen alt alta yazılır ve çengel "]" işareti ile birleştirilir. Adım numarası aynı önermenin çözümünde çengelin sağ tarafına yazılır. Buna da **kaynak numarası** denir.





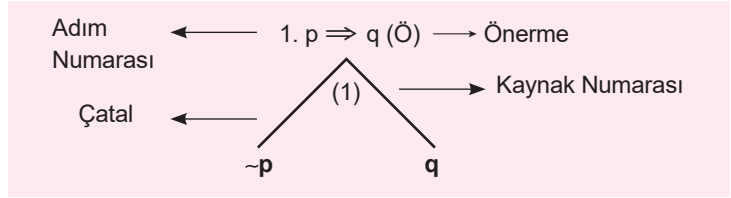
2. TİKEL EVETLEME ÖNERMESİNİN ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE KURALI

» Tiket evetleme önermesi “ $p \vee q$ ” başlangıç önermesi olarak yazılır. Önermenin altına çatal açarak birinci bileşen çatalın sol tarafına, ikinci bileşen çatalın sağ tarafına yazılır. Adım numarasının aynısı önermenin çözümünde çatalın ortasına yazılır. Buna da **kaynak numarası** denir.



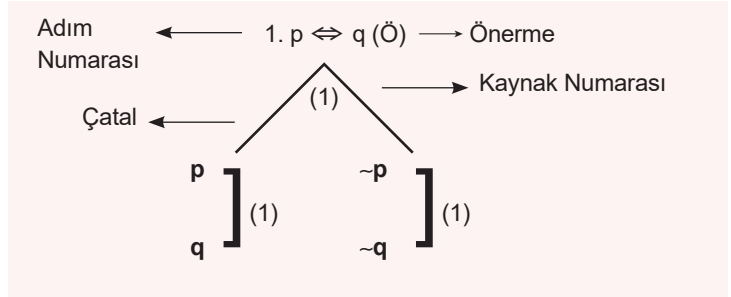
3. KOŞUL ÖNERMESİNİN ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE KURALI

» Koşul önermesi “ $p \Rightarrow q$ ” başlangıç önermesi olarak yazılır. De Morgan eş değerlik kuralına göre $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ olur. Önermenin altına çatal açarak birinci bileşenin değili çatalın sol tarafına ve ikinci bileşen ise çatalın sağ tarafına yazılır. Adım numarasının aynısı önermenin çözümünde çatalın ortasına yazılır. Buna da **kaynak numarası** denir.



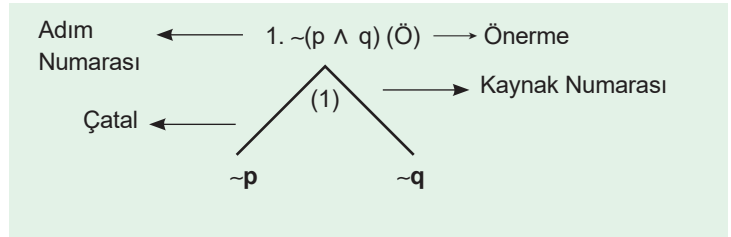
4. KARŞILIKLI KOŞUL ÖNERMESİNİN ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE KURALI

» Karşılıklı koşul önermesi “ $p \Leftrightarrow q$ ” başlangıç önermesi olarak yazılır. Karşılıklı koşul önermesi, De Morgan eş değerlik kuralına göre $(p \Leftrightarrow q) \equiv [(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)]$ olur. Eş değerliği gereği önermenin altına çatal açarak birinci ve ikinci bileşenin aynısı çatalın sol tarafına, birinci ve ikinci bileşenin değili çatalın sağ tarafına yazılarak çengel işareti ile birleştirilir. Adım numarasının aynısı önermenin çözümünde çatalın ortasına **kaynak numarası** olarak yazılır.



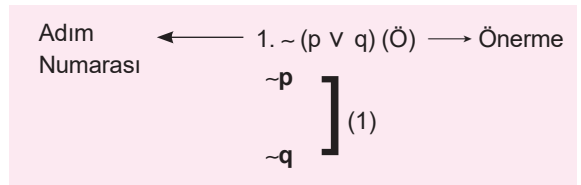
5. DEĞİLLENMİŞ TÜMEL EVETLEME ÖNERMESİNİN ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE KURALI

» Değillenmiş tümel evetleme önermesi “ $\sim(p \wedge q)$ ” başlangıç önermesi olarak yazılır. De Morgan eş değerlik kuralına göre $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ olur. Eş değerliği gereği önermenin altına çatal açarak birinci bileşenin değili çatalın sol tarafına, ikinci bileşenin değili çatalın sağ tarafına yazılır. Adım numarasının aynısı önermenin çözümünde çatalın ortasına **kaynak numarası** olarak yazılır.



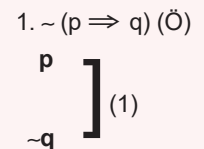
6. DEĞİLLENMİŞ TİKEL EVETLEME ÖNERMESİNİN ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE KURALI

» Değillenmiş tiket evetleme önermesi “ $\sim(p \vee q)$ ” başlangıç önermesi olarak yazılır. De Morgan eş değerlik kuralına göre $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ olur. Birinci ve ikinci bileşenin değili alt alta yazılır ve çengel “]” işareti ile birleştirilir. Adım numarasının aynısı önermenin çözümünde çatalın ortasına **kaynak numarası** olarak yazılır.



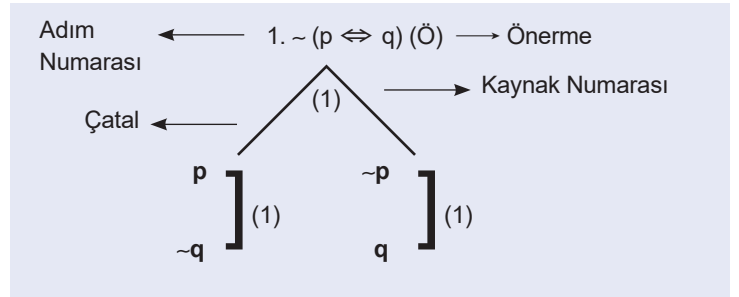
7. DEĞİLLENMİŞ KOŞUL ÖNERMESİNİN ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE KURALI

» Değillenmiş koşul önermesi “ $\sim(p \Rightarrow q)$ ” başlangıç önermesi olarak yazılır. Karşılıklı koşul önermesi, De Morgan eş değerlik kuralına göre $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$ olur. Eş değerliği gereği birinci bileşenin aynısı ile ikinci bileşenin değili alt alta yazılır ve çengel “I” işareti ile birleştirilir. Adım numarasının aynısı önermenin çözümünde çengelin sağ tarafına yazılır.



8. DEĞİLLENMİŞ KARŞILIKLI KOŞUL ÖNERMESİNİN ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE KURALI

Değillenmiş karşılıklı koşul önermesi “ $\sim(p \Leftrightarrow q)$ ” başlangıç önermesi olarak yazılır. Karşılıklı koşul önermesi, De Morgan eş değerlik kuralına göre $\sim(p \Leftrightarrow q) = [(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)]$ olur. Eş değerliği gereği önermenin altına çatal açılır, çatalın sol tarafına alt alta birinci bileşen olan ön bileşenin kendisi art bileşenin değili yazılırken çatalın sağ tarafına ise ön bileşenin değili ve altına art bileşenin kendisi yazılarak çengel işaretiyle birleştirilir. Çatalın ortasına da adım numarasının aynısı **kaynak numarası** olarak yazılır.



ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE İLE DENETLEME KURALLARI TABLOSU

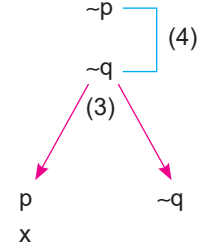
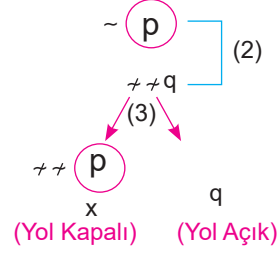
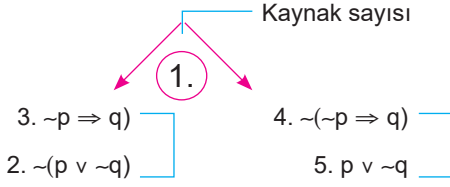
Alt Alta Yazma Kuralları		Çatal Açma Kuralları			
Tümel evetlemenin çözümleme kuralı	1. $(p \wedge q)$ (Ö) $\left. \begin{array}{l} p \\ q \end{array} \right\} (1)$	Tikel evetlemenin çözümleme kuralı	1. $(p \vee q)$ (Ö) $\begin{array}{c} \wedge \\ (1) \\ p \qquad q \end{array}$	Karşılıklı koşullunun çözümleme kuralı	1. $(p \Leftrightarrow q)$ (Ö) $\begin{array}{c} \wedge \\ (1) \\ \left. \begin{array}{l} p \\ q \end{array} \right\} \qquad \left. \begin{array}{l} \sim p \\ \sim q \end{array} \right\} \end{array}$
Tikel evetlemenin değillemesinin çözümleme kuralı	1. $\sim(p \vee q)$ (Ö) $\left. \begin{array}{l} \sim p \\ \sim q \end{array} \right\} (1)$	Tümel evetlemenin değillemesinin çözümleme kuralı	1. $\sim(p \wedge q)$ (Ö) $\begin{array}{c} \wedge \\ (1) \\ \sim p \qquad \sim q \end{array}$	Karşılıklı koşullu değillemesinin çözümleme kuralı	1. $\sim(p \Leftrightarrow q)$ (Ö) $\begin{array}{c} \wedge \\ (1) \\ \left. \begin{array}{l} p \\ \sim q \end{array} \right\} \qquad \left. \begin{array}{l} \sim p \\ q \end{array} \right\} \end{array}$
Koşullu değillemesinin çözümleme kuralı	1. $\sim(p \Rightarrow q)$ (Ö) $\left. \begin{array}{l} p \\ \sim q \end{array} \right\} (1)$	Koşullunun çözümleme kuralı	1. $(p \Rightarrow q)$ (Ö) $\begin{array}{c} \wedge \\ (1) \\ \sim p \qquad q \end{array}$		

ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE ADIMLARI

- » Çözümünecek önerme, başlangıç önermesi olarak yazılır. Önermenin sol tarafına sayısı (1), sağ tarafına (Ö) harfi yazılır.
- » Çözümünecek önermenin **ana eklemi** ve **ana bileşenleri** belirlenir.
- » Çözümlemede önce **alt alta yazma kuralı**, sonra **çatal açma kuralı** uygulanır.
- » Aynı çözümleme kuralı ile çözümlenecek önermeler varsa çözümlemeye ilk yazılan önermeden başlanır.
- » Çözümleme yapıldıkça önermelere sırasına göre **kaynak numarası** yazılır.
- » Çatal açma kuralından sonra işlem devam ediyorsa çatalın sol tarafındaki önermeden devam edilir.
- » Çözümleme işlemine **çekirdek önermelere** (p, q, $\sim p$, $\sim q$) ulaşınca kadar devam edilir.
- » Her çözümlenmeden sonra yol üzerinde birbiriyle çelişen önerme olup olmadığına bakılır. Çözümlemeden sonra yol üzerinde birbiriyle çelişen önermeler varsa o yol “x” işareti ile kapatılır. Kapatılan yol üzerinde çözümlenmeyen önerme olsa bile artık işlem yapılmaz. İşleme açık yollardan devam edilir. **Çelişki, aynı yol üzerinde bir önermenin hem kendisinin hem de değilinin bulunması durumudur.** Örneğin q ve $\sim q$ önermesi birbiriyle çelişiktir.

**Örnek:**

$$1. \neg[(\neg p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee \neg q)] \text{Ö} \rightarrow \text{Önerme}$$

**ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGEYLE****DENETLEMELER****TUTARLILIK**

TEK BİR ÖNERMENİN
TUTARLILIĞI

BİRDEN FAZLA ÖNERMENİN
TUTARLILIĞI

EŞ DEĞERLİLİK

ÖNERMENİN EŞ
DEĞERLİLİĞİ

GEÇERLİLİK

ÖNERMENİN
GEÇERLİLİĞİ

ÇIKARIMIN
GEÇERLİLİĞİ

1. Önermelerin Tutarlılığının Denetlenmesi (Çözümleyici Çizelgeyle)

En az bir açık yol varsa önerme tutarlıdır. Çünkü bu durum, önermenin en az bir tane doğru değerine sahip olduğunu gösterir. Hiç açık yol yoksa önerme tutarsız demektir.



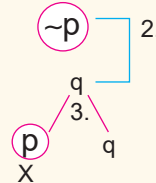
Bütün yollar kapalıysa önerme tutarsızdır.

Örneğin; $(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge q)$ önermesi tutarlı mıdır?

$$1. (p \vee q) \wedge (\neg p \wedge q) \text{ (Ö)}$$

$$3. (p \vee q)$$

$$2. (\neg p \wedge q)$$



Bir yol açık olduğu için (q yolu) önerme tutarlıdır.

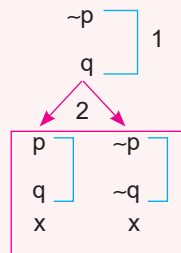
Birden Fazla Önermenin Tutarlılığının Denetlenmesi

Önermelerin tümü alt alta yazılarak çözümleyici çizelge ile denetlenir. En az bir açık yol varsa önermeler tutarlıdır. Tüm yollar kapalı ise yani hiçbir açık yol yok ise önermeler birbirleriyle tutarsızdır.

Örneğin; $(p \leftrightarrow q)$ ile $(\neg p \wedge q)$ önermeleri birlikte tutarlı mıdır?

$$2. p \leftrightarrow q$$

$$1. \neg p \wedge q \text{ (Ö)}$$

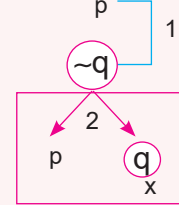


Hiçbir yol açık olmadığı için tutarlı değildir.

Örneğin; $(p \vee q)$ ile $(p \wedge \neg q)$ önermeleri birlikte tutarlı mıdır?

$$2. p \vee q \text{ (Ö)}$$

$$1. p \wedge \neg q \text{ (Ö)}$$



Bir yol açık olduğu için (p yolu), önermeler birlikte tutarlıdır.

2. Önermelerin Geçerliliğinin Denetlenmesi (Çözümleyici Çizelgeyle)

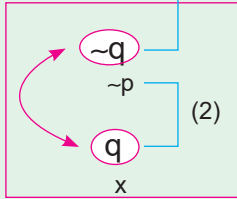


Bir önermenin geçerliliği denetlenirken, (Çözümleyici Çizelgeyle) önermenin değili alınır ve değillenmiş hâli çözümlenir. Önermenin değillenmiş hâli çözümlendiğinde tüm yollar kapalıysa önerme **geçerli** demektir. En az bir açık yol varsa önerme geçersizdir.

Örnek $(\sim p \wedge q) \Rightarrow q$ önermesi geçerli midir?

1. $\sim [(\sim p \wedge q) \Rightarrow q]$ ($\sim\text{Ö}$)

2. $\sim p \wedge q$ (1)

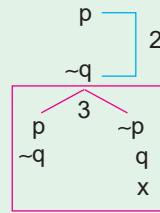


Bütün yollar kapalı olduğu için önerme tutarsız ama geçerlidir.

Örnek $(p \leftrightarrow q) \vee (p \rightarrow q)$ (Ö)

1. $\sim \{(p \leftrightarrow q) \vee (p \rightarrow q)\}$ ($\sim\text{Ö}$)

3. $\sim(p \leftrightarrow q)$ 1
2. $\sim(p \rightarrow q)$ 1



Çözümleme yollarından biri çelişki içermediği için önermenin değili tutarlıdır ancak kendisi geçersizdir.

3. Önermelerin Eş Değerliliğinin Denetlenmesi (Çözümleyici Çizelgeyle)



Çözümleyici çizelgede önermelerin denkleğini denetlemek için, önce verilen iki önerme birbirine karşılıklı koşul eklemiyle (\Leftrightarrow) bağlanır. Daha sonra önermenin değili alınır ve değillenmiş önerme çözümleme kurallarına göre çözümlenir. Tüm yollar kapalıysa önermeler **eş değer**dir. En az bir açık yol varsa önermeler eş değer değildir.

Örneğin; $p \rightarrow q$ ile $p \vee q$ önermeleri eş değer midir?

1. $\sim [(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \rightarrow q)]$ ($\sim\text{Ö}$)

3. $(p \rightarrow q)$ 4. $\sim(p \rightarrow q)$

2. $\sim(\sim p \vee q)$ 5. $(\sim p \vee q)$

p 2. p 4.
~q ~q



Bütün yollar kapalı olduğu için yani değillenmesi tutarsız olduğu için önermeler eş değerdir.

4. Çıkarımların Geçerliliğinin Denetlenmesi (Çözümleyici Çizelgeyle)



- Öncüllerin kendisi ve sonucun değili alt alta yazılır.
- Çözümleme kuralları uygulanır.
- Açık yol varsa çıkarım geçersizdir.
- Hiçbir açık yol yoksa çıkarım geçerlidir.

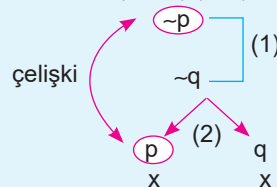
Örnek:

$\sim p \Rightarrow q \therefore p \vee q$ çıkarımı geçerli midir?

Çözüm

2. $\sim p \Rightarrow q$ (Ö)

1. $\sim(p \vee q)$ ($\sim\text{sn}$)



Çıkarımda sonucun değili ile öncül arasında tutarsızlık olduğu için (tüm yollar kapalı) çıkarım **geçerlidir**.



ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGEYLE DENETLEMELER

TUTARLILIK

TEK BİR ÖNERMENİN TUTARLILIĞI

» Çözümleyici çizelgede en az bir yol açıksa tutarlıdır.

BİR DEN FAZLA ÖNERMENİN TUTARLILIĞI

» Çözümleyici çizelgede alt alta yazılan önermelerin en az bir yolu açıksa birlikte tutarlıdır.

EŞ DEĞERLİLİK

ÖNERMENİN EŞ DEĞERLİLİĞİ

» Verilen iki önerme karşılıklı koşul eklemiyle bağlanır ve değil alınır. Çözümleme sonunda tüm yollar kapalıysa eşdeğerdir.

GEÇERLİLİK

ÖNERMENİN GEÇERLİLİĞİ

» Değili alınan önermenin çözümlenmesinde tüm yollar kapalıysa geçerlidir.

ÇIKARIMIN GEÇERLİLİĞİ

» Öncüllerin kendisi ve sonucun değil alt alta yazılır, çözümlenmesi yapılır. Tüm yollar kapalıysa geçerlidir.

ETKİNLİK-4

1. $(\sim p \vee q) \wedge (p \wedge q)$ önermesinin tutarlılığını denetleyiniz.

2. $\sim(p \Rightarrow q)$ önermesi ile $(p \wedge q)$ önermesinin birlikte tutarlılığını denetleyiniz.

3. $(q \wedge p) \Leftrightarrow (p \wedge q)$ önermesinin geçerliliğini denetleyiniz.

4. $(\sim p \vee q), \sim q \therefore \sim p$ çıkarımının geçerliliğini denetleyiniz.

5. $(p \vee q)$ önermesi ile $(\sim p \Rightarrow q)$ önermesinin eşdeğerliğini denetleyiniz.

NİCELEME MANTIĞI (YÜKLEMLER MANTIĞI)



Önermeler mantığı önermeleri sadece nitelik ve yargı sayısı bakımından ele almaktaydı ve önermelerin niceliklerini ve iç yapılarını dikkate almamaktaydı, işte bu eksikliği gidermek için niceleme mantığı ortaya çıkmıştır.



Niceleme mantığı önermelerin hem niceliklerini (tümel, tikel) hem nitelikleri (olumlu-olumsuz) detaylı olarak sembolleştirir.



Örnek: Önermeler mantığı: "Bütün insanlar ölümlüdür." "P" Niceleme mantığı: "Bütün insanlar ölümlüdür." " $\forall xFx$ "



Kullandıkları Semboller	Önermeler mantığı	Niceleme mantığı
	" $\sim, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$ "	$(\forall, \exists) + \sim, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

NİCELEME MANTIĞI İLE İLGİLİ KAVRAMLAR

Değişken

x, y, z gibi bilinmeyenlerdir.

Evren

Açık önermeleri kapalı önerme hâline çevirmek için x, y, z gibi değişkenlerinin yerine koyabileceğimiz tüm terimleri içerir küme evren denir.

Açık Önerme

İçinde değişken bulunduran önermelerdir. Doğruluk değeri belli değildir. İçinde buldukları değişken sayısına göre isim alırlar. Örnek: X sıvıdır.

Kapalı Önerme

İçlerinde değişken bulundurmazlar. Doğrulukları nettir. Örnek: Su sıvıdır.

Niceleme

Belli doğruluk değeri taşımayan açık önermeyi belli bir doğruluk değeri olan önermeye dönüştürme işlemine denir.

Özelleme

Açık önermedeki değişkenin yerine verilen evrendeki elamanları yazmak suretiyle belli doğruluk değerinin elde edilmesidir.

Gerçekleme

Özellemelerden açık önermeyi doğrulayanlara gerçekleme denir.

Değişmez

Kendinden daha küçük anlamlı birimlere ayrılmayan ifadelerdir ve ikiye ayrılırlar.

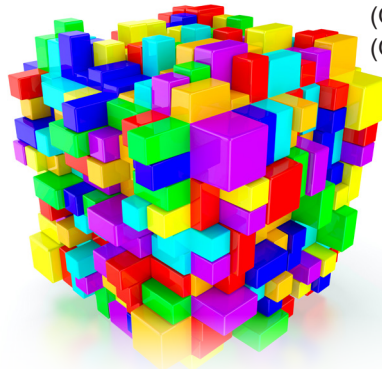
ÖRNEKLER

"x bitkidir."
Çam ağacı bitkidir.
Semizotu bitkidir.
Masa bitkidir.

EVREN
(Çam ağacı, semizotu, masa)

AÇIK ÖNERME
X bitkidir.

KAPALI ÖNERME
Çam ağacı bitkidir.



E: Çam ağacı, semizotu, masa
(Önermeyi doğruluyor.)
(Önermeyi doğruluyor.)
(Önermeyi doğrulamıyor.)

ÖZELLEME
Çam ağacı bitkidir.
Semizotu bitkidir.
Masa bitkidir.

GERÇEKLEME
Çam ağacı bitkidir.
Semizotu bitkidir.



DEĞİŞMEZLER



TÜMEL VE TİKEL NİCELEYİCİ ÖRNEKLERİ

1. Tümel Niceleyici $\forall x \rightarrow \wedge$

$\forall x$ (x hayvandır.) E {kedi, kuş, fil}

(Kedi hayvandır.) \wedge (Kuş hayvandır.) \wedge (Fil hayvandır.)

D \wedge D \wedge D = D

Tümel niceleyici etkisindeki bir açık önermenin doğrulanabilmesi için evrendeki her elemanın açık önermedeki değişkeni doğrulaması gerekir.

$\forall xFx$ önermesinin E: {a, b, c} evrenindeki açılımı nedir?

$Fa \wedge Fb \wedge Fc$

$\forall x \rightarrow \wedge$ sembolleştirilir.

2. Tikel Niceleyici $\exists x \rightarrow \vee$

$\exists x$ (x metaldir.) E {bakır, altın, su}

(Bakır metaldir.) \vee (Altın metaldir.) \vee (Su metaldir.)

D \vee D \vee Y = D

Tikel niceleyici etkisindeki bir açık önermenin doğrulanabilmesi için evrendeki elemanlardan birinin doğrulaması yeterlidir.

$\exists xFx$ önermesinin E: {a, b, c} evrenindeki açılımı nedir?

$Fa \vee Fb \vee Fc$

$\exists x \rightarrow \vee$ sembolleştirilir.

Niceleyici Almış Önermelerin Sembolleştirme Örnekleri

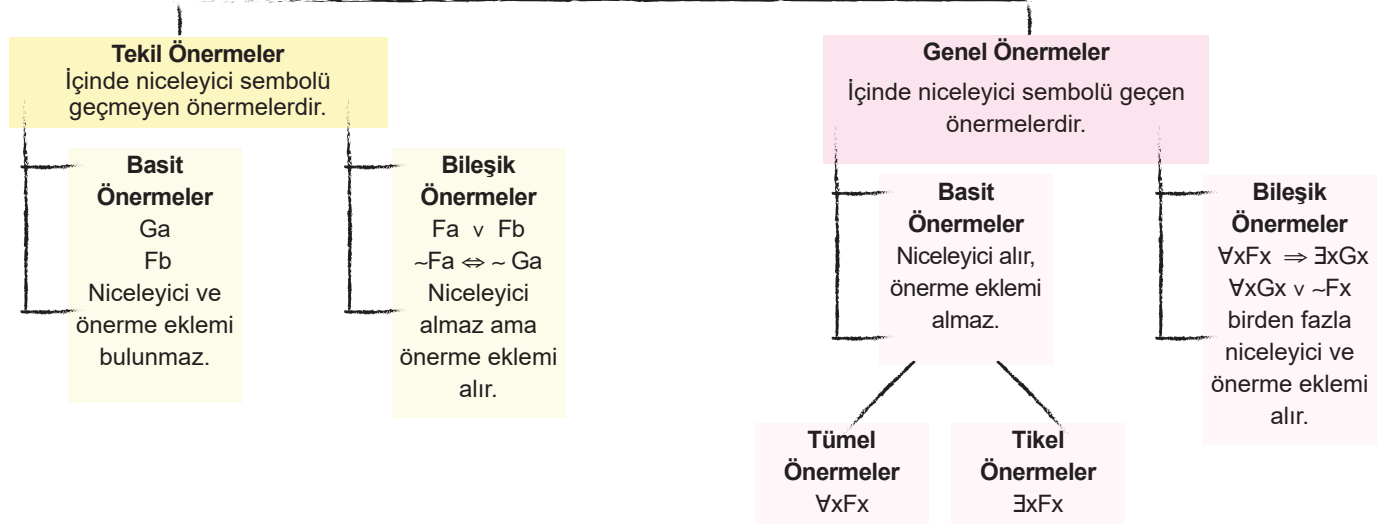
- » Bazı insanlar çalışkandır. ($\exists x \text{Çx}$)
- » Bazı insanlar çalışkan değildir. ($\exists x \sim \text{Çx}$)
- » Bazı insanların çalışkan olmadığı doğru değildir. ($\sim \exists x \sim \text{Çx}$)
- » Her insan çalışkandır. ($\forall x \text{Çx}$)
- » Her insan çalışkan değildir. ($\forall x \sim \text{Çx}$)
- » Hiçbir insanın çalışkan olmadığı doğru değildir. ($\sim \forall x \sim \text{Çx}$)

Çıkarımın Sembolleştirilmesi

Örnek: Bütün canlılar ölümlüdür.	\rightarrow	Bütün ($\forall x$) canlılar (x) ölümlüdür (F). ($\forall xFx$)
Murat canlıdır.	\rightarrow	Murat (a) canlıdır (G). Ga
O hâlde Murat ölümlüdür.	\rightarrow	O hâlde (\therefore) Murat (a) ölümlüdür (F). $\therefore Fa$

Sonuç olarak bu çıkarımın niceleyiciler kullanılarak yapılan sembolleştirilmesi şöyle olur: $\forall xFx, Ga \therefore Fa$

NİCELEME MANTIĞINDA ÖNERME ÇEŞİTLERİ



ÖRNEKLER

Bütün anneler güzeldir. (Genel+Basit)	Hiçbir kedi köpek değildir. (Genel+Bileşik)
Ankara başkenttir. (Tekil+ Basit)	Zeynep ve Yusuf kardeşdir. (Tekil+Bileşik)
Onur akıllıdır. (Tekil+Basit)	Bazı kediler mavi gözlüdür. (Genel+ Basit)
Fa v Fb (Tekil + Bileşik)	∀xFx (Genel+Basit)
Ga (Tekil+Basit)	

NİCELEYİCİ DEĞİLLEME (EŞ DEĞERLİK) KURALLARI



Tümel niceleyicinin tikel, tikel niceleyicinin tümel niceleyici yapılmasıdır. Tümel niceleyicinin değil tikel niceleyiciye, tikel niceleyicinin değil tümel niceleyiciye dönüşmektedir.

Niceleyici Değilleme Kuralları

$$\sim \forall x Fx \equiv \exists x \sim Fx$$

$$\sim \exists x Fx \equiv \forall x \sim Fx$$

Temel Kural

$$\sim \forall x \equiv \exists x$$

$$\sim \exists x \equiv \forall x$$

Yani işlem şu şekilde yapılır:

$$\sim (\forall x Fx) \equiv \exists x \sim Fx \quad \sim (\exists x Fx) \equiv \forall x \sim Fx$$

*Değil parantez içine dağıtılır ve değil önüne geldiği semboller tersine çevirir.

ÖRNEKLER



"Bazı insanların sorumlu olduğu doğru değildir."

(~∃x Sx) önermesinin eş değeri,

"Hiçbir insan sorumlu değildir." (∀x ~ Sx) önermesidir.



"Her insanın sorumlu olduğu doğru değildir."

(~∀x Sx) önermesinin eş değeri,

"Bazı insanlar sorumlu değildir." (∃x ~ Sx) önermesidir.



~∃x Fx önermesinin eş değeri (∀x ~ Fx) tir.



~∀x ~ Fx önermesinin eş değeri (∃x Fx) tir.



Niceleme Mantığında Çözümleme Yapılırken Takip Edilen İşlem Basamakları

1. Tümel Niceleyici Değilleme Kuralı
2. Tikel Niceleyici Değilleme Kuralı
3. Alt Alta Yazma Kuralı

4. Tikel Özelleme Kuralı
5. Çatal Açma Kuralı
6. Tümel Özelleme Kuralı

Tümel Özelleme Kuralı ($\forall xFx$)

- ✓ Tümel niceleyici atılır. İfadede geçen sembolün (x, y, z) yerine bir ad sembolü (a, b, c) yazılır. yol üzerinde geçen bir ad sembolü varsa farklı bir ad sembolü yazılır.

$$\forall xGx \xrightarrow{\text{Özellemesi}} Ga$$

Tikel Özelleme Kuralı ($\exists xFx$)

- ✓ Tikel niceleyici atılır. İfadede geçen sembolün (x, y, z) yerine bir ad sembolü (a, b, c) yazılır. Yol üzerinde geçen bir ad sembolü varsa farklı bir ad sembolü yazılır.

$$\exists xFx \xrightarrow{\text{Özellemesi}} Fa \quad \exists x\sim Hx \xrightarrow{\text{Özellemesi}} \sim Ha$$

Niceleme Mantığına Göre Önermelerin Genel Çözümleme Kuralları

Önermeler	Değilleme Önermeleri	Koşul	Koşul Değillemesi
Tümel evetleme 1. $\forall x(Fa \wedge Ga)$ $Fa \quad](1)$ $Ga \quad](1)$	Tümel Evetleme Değillemesi $\sim \forall x(Fx \wedge Gx)$ 1. $\exists x\sim(Fa \wedge Ga)$ $\sim Fa \quad](1)$ $\sim Ga \quad](1)$	1. $\forall x(Fa \Rightarrow Ga)$ $\sim Fa \quad](1)$ Ga	1. $\sim \forall x(Fx \Rightarrow Gx)$ $\exists x\sim(Fa \Rightarrow Ga)$ $Fa \quad](1)$ $\sim Ga \quad](1)$
Tikel evetleme 1. $\exists x(Fa \vee Ga)$ $Fa \quad](1)$ $Ga \quad](1)$	Tikel Evetleme Değillemesi $\sim \exists x(Fx \vee Gx)$ 1. $\forall x\sim(Fa \vee Ga)$ $\sim Fa \quad](1)$ $\sim Ga \quad](1)$	Karşılıklı Koşul 1. $\forall x(Fa \Leftrightarrow Ga)$ $Fa \quad](1)$ $Ga \quad](1)$ $\sim Fa \quad](1)$ $\sim Ga \quad](1)$	Karşılıklı Koşul Değillemesi 1. $\sim \forall x(Fx \Leftrightarrow Gx)$ $\exists x\sim(Fa \Leftrightarrow Ga)$ $Fa \quad](1)$ $\sim Fa \quad](1)$ $\sim Ga \quad](1)$ $Ga \quad](1)$

Örnek:

$$\sim \exists xGx \wedge \forall xHx$$

1. $\sim \exists xGx \wedge \forall xHx$
2. $\sim \exists xGx \quad](1.)$
 $\forall xHx \quad](1.)$
 $\forall x \sim Gx \quad (2.)$
 Ha
 $\sim Ga$

Yol açık olduğundan önerme tutarlıdır.

Örnek:

$\forall xFx \Rightarrow \exists xFx$ önermesi geçerli midir?

1. $\sim(\forall xFx \rightarrow \exists xFx) \quad (\sim\text{Ö})$
3. $\forall xFx \quad](1.)$
2. $\sim \exists xFx \quad](1.)$
4. $\forall x \sim Fx \quad (2)$

$$Fa \quad (3)$$

$$\sim Fa \quad (4)$$

X

Tüm yollar kapalı olduğu için önerme geçerlidir.

2. ÇOK DEĞERLİ MANTIK

- ✓ Önergelerin ikiden fazla değere sahip olabileceklerini kabul eden mantık sistemine çok değerli mantık denir.
- ✓ İki değerli mantıkta (önergeler ve niceleme mantığında) önergeler, doğru ve yanlış olmak üzere iki değer alabilir.
- ✓ Günlük hayatta bazı önergeler kullanırız ki bu önergeler ne doğru ne de yanlıştır. Ancak iki değerli mantık yaklaşımı, doğru ve yanlışın ötesinde ara durumların değerini önerme biçiminde ifade etmemize engel olmaktadır.
Örnek: "Yarın Marmara Bölgesi yağmurlu, diğer bölgeler açık olacak." önermesinin doğru ve yanlışlığı belirsizdir.
- ✓ Çok değerli mantık, iki değerli mantığın bu eksikliğini gidermek üzere ortaya çıkmıştır. **Olasılık, belirsizlik, sonsuzluk ve bulanıklık** gibi değerler içeren önergeleri çok değerli mantık sistemleri ile incelemek mümkündür. Çok değerli mantık ikiye ayrılır. Üç değerli mantık ve bulanık mantık.

A) Üç Değerli Mantık



Üç değerli mantık, bir önermenin doğru ve yanlışın dışında bir diğer değer olan belirsiz değerini de alabileceğini belirten mantıktır.



Çok değerli mantık içinde, özellikle üç değerli mantık günümüzde önem kazanmıştır. İki değerli mantık doğru ve yanlış değerler üzerine kurulmuştur. Üç değerli mantıkta bu değerlere bir de "belirsiz" değeri eklenmektedir. Bu durumda örneğin bir "p" önermesi doğru, yanlış veya belirsiz değerler almaktadır.

p	¬p
D	Y
Y	D

İki değerli mantık

İki değerli mantıkta 2^n formülü kullanılır.
Üç değerli mantıkla 3^n formülü kullanılır.

p	
Doğru	D
Yanlış	Y
Belirsiz	B

Üç değerli mantık

B) BULANIK MANTIK

- 1960'ların ortalarında iki değerli mantık ve olasılık teorisinin eksikliğini gidermek için bulanık mantık geliştirilmiştir. Olasılık mantığında önergelerin doğruluğu veya yanlışlığı değil ancak olasılık düzeyi bilinebilir. Bir olay ve konu üstüne olasılık dışına çıkarak yargıda bulunulamaz. Bulanık mantık sistemleriyle ilgili son nokta **Lütfi Alesker Zadeh'in Bulanık Mantık Teorisi olmuştur. Bulanık mantığın temel fikri, bir önermenin "doğru", "yanlış", "çok doğru", "çok yanlış", "çok çok yanlış" vb. gibi olabileceğidir. Başka bir deyişle buradaki "doğruluk", klasik anlamdaki yanlış ve doğru değerleri arasındaki sonsuz sayıda doğruluk değerlerini içine alır. Bu nedenle bulanık mantıkta bir önermeye "Ya doğrudur ya da yanlıştır." denilemez.**

BULANIK MANTIĞIN ÖZELLİKLERİ

Doğruluk derecelerine sahiptir.

Doğru, çok doğru, az doğru gibi...

Geçerliliği kesin olmayan çıkarım kurallarına sahiptir.

Her kavramın belli bir derecesi vardır.

Her mantıksal sistem bulanıklaştırılabilir.

Bulanık mantığa göre gerçek dünyada doğru ile yanlış, beyaz ile siyah arasındaki ayırım net değildir.



Notlarım:

A series of horizontal dotted lines for taking notes, starting below the 'Notlarım:' header and extending to the bottom of the page.

Notlarım:

A series of horizontal dotted lines for writing notes.